FICHE DE THEORIE 1 : LES ENSEMBLES DE NOMBRES

1. Les nombres Naturels – L'ensemble N

Les nombres naturels sont ceux qui permettent de compter les objets.
L'ensemble des nombres naturels est noté N.
N = { 0, 1 , 2 , 3 , ….. } . N est un ensemble infini.

2. Les nombres Entiers – L'ensemble Z

Les nombres entiers nous permettent d'envisager les valeurs négatives (sous le zéro).
Les nombres entiers sont les nombres naturels et leurs opposés.
L'ensemble des nombres entiers se note Z.
Z = { … , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , … }. L'ensemble Zest un ensemble infini.

L'opposé d'un nombre entier est ce nombre changé de signe.
L'opposé de 3 est –3. L'opposé de –4 est 4.

L'ensemble des entiers positifs est Z^+ ; il est égal à N ou un nombre naturel est un nombre entier;

$$Z^+ = \{ 0 , 1 , 2 , 3 , \ldots \}$$

L'ensemble des entiers négatifs est Z^- ; $Z^- = \{ 0 , -1 , -2 , -3 , \ldots \}$
L'ensemble des entiers sans le nombre zéro se note Z_0 .

La valeur absolue d'un nombre entier est la distance qui le sépare de zéro sur une droite graduée. On dit aussi que la valeur absolue d'un nombre est ce nombre sans son signe.
La valeur absolue de 5 se note : | 5 | et est égale à 5.
La valeur absolue de –4 se note : | -4 | et est égale à 4.

Deux nombres opposés ont la même valeur absolue : | 4 | = | - 4 | = 4.
La somme de 2 nombres opposés est nulle : 4 + (- 4) = 0.

3. Les nombres Rationnels – L'ensemble Θ

Les nombres rationnels sont utilisés sous **leur forme décimale** lorsqu'on mesure une grandeur et sous **leur forme fractionnaire** lorsqu'on doit partager un objet en plusieurs parts.
L'ensemble des nombres rationnels est l'ensemble de tous les nombres qui peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction.

L’ensemble des nombres rationnels se note Θ ; Θ = $\left\{\ldots,-2,\ldots,-1,22,\ldots,\frac{-1}{2},\ldots,0,\ldots,\frac{2}{3},\ldots,2,5,\ldots\right\}$

Un nombre entier, (donc un nombre naturel) est un nombre rationnel :

$4 = 4,000\ldots = \frac{4}{1} \in \Theta$ $3,5 = \frac{35}{10} \in \Theta$ $\frac{1}{3} = 0,3333\ldots \in \Theta$ $0,123456\ldots \notin \Theta$

Un nombre décimal est un nombre composé d’une partie entière et d’une partie décimale, séparées par une virgule :

2,53 est un nombre décimal ; 2 est sa partie entière ; 53 est sa partie décimale.

Un nombre décimal peut être :
- limité : 3,58
- illimité périodique : 12,2222….. ou 3,151515….
- illimité non périodique : 0,123456….. ; π = 3,14159…..

Pour effectuer une opération avec des décimaux illimités, on est obligé de ne considérer que les premières décimales.

Pour π, on utilise souvent la valeur 3,14. On dit que 3,14 est une **valeur approchée** de π.
- 3,14 est une valeur approchée de π à 1/100 près **par défaut** ;
- 3,15 est une valeur approchée de π à 1/100 près **par excès**.

Une fraction est l’expression du quotient de 2 nombres entiers :

$\frac{2}{3}$ est un nombre dont la valeur égale 2 divisé par 3.

2 est le numérateur de la fraction ; 3 est le dénominateur de la fraction.

Le dénominateur d’une fraction est toujours différent de 0.

L’inverse d’une fraction est la fraction renversée : l'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$; l'inverse de $\frac{-2}{5}$ est $\frac{-5}{2}$.

Par convention, on ne laisse pas de signe moins au dénominateur d’une fraction.

$$\frac{2}{-3} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$$

Une fraction peut être convertie en un nombre décimal limité ou illimité périodique :

$\frac{1}{2} = 0,5$ $\frac{2}{3} = 0,6666\ldots..$

Lorsque la fraction est convertie en un nombre illimité, on encadre la fraction par des décimaux limités :

$$\frac{1}{3} = 0,33333\ldots \Rightarrow \begin{cases} 0,3 < \frac{1}{3} < 0,4 \\ 0,33 < \frac{1}{3} < 0,34 \\ 0,333 < \frac{1}{3} < 0,334 \end{cases}$$